PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT	PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATÒRIA: 2020	CONVOCATORIA: 2020
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:
Cal elegir tres problemes dels sis propostes.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
Se elegirá tres problemas de los 6 propuestos.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

Problema 1. Es dóna el sistema d'equacions $\begin{cases} x + ay + 2z & = & 3 \\ x - 3y + az & = & -2, \\ x + y + 2z & = & a \end{cases}$ on a és un paràmetre real.
Obteniu raonadament, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors del paràmetre a per als quals el sistema és compatible. (4 *punts*)
b) La solució del sistema quan $a = 0$. (3 *punts*)
c) Les solucions del sistema en el cas en què siga compatible indeterminat. (3 *punts*)

Problema 2. Ens donen els plans $\pi: x + y = 1$ i $\pi': x - y + z = 1$ i el punt $P(1, -1, 0)$.
Obteniu raonadament, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Unes equacions paramètriques de la recta r que passa pel punt P i és paral·lela als plans π i π'. (3 *punts*)
b) La distància de la recta r a cada un dels plans π i π'. (3 *punts*)
c) Les equacions de la recta que passa per P i talla perpendicularment la recta obtinguda com a intersecció dels plans π i π'. (4 *punts*)

Problema 3. Donada la funció $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) El domini de definició i les asímptotes de la funció f. (3 *punts*)
b) Els intervals de creixement i de decreixement, així com la representació gràfica de la funció. (3 +1 *punts*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)dx$. (3 *punts*)

Problema 4. Siga $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Obteniu raonadament, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La justificació que A té inversa i el càlcul de dita matriu inversa. (3 *punts*)

b) Dos constants a, b de manera que $A^{-1} = A^2 + aA + bI$. Es pot usar (sense comprovar-ho) que A verifica l'equació $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$ sent I la matriu identitat. (3 *punts*)

c) El valor de λ perquè el sistema d'equacions $(A - \lambda I) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ tinga infinites solucions. Per aquest valor de λ trobar totes les solucions del sistema. (2+2 *punts*)

Problema 5. Es donen les rectes $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda, \\ z = 2\lambda \end{cases} \lambda \in \boldsymbol{R}$, $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ i el pla $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.

Obteniu raonadament, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Si hi ha algun valor del paràmetre a per al qual la recta r està continguda en el pla π. (4 *punts*)

b) La distància entre les rectes r i s. (3 *punts*)

c) El cosinus de l'angle que formen la recta r i la recta $t: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *punts*)

Problema 6. Els vèrtexs d'un triangle són $A(0,12)$, $B(-5,0)$ i $C(5,0)$. Es desitja construir un rectangle inscrit en el triangle anterior, de costats paral·lels als eixos coordenats i dos dels vèrtexs del qual tenen coordenades $(-x, 0)$, $(x, 0)$, sent $0 \leq x \leq 5$. Els altres dos vèrtexs estan situats en els segments AB i AC. **Obteniu raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) L'expressió $f(x)$ de l'àrea del rectangle anterior. (4 *punts*)

b) El valor de x per al qual aquesta àrea és màxima i les dimensions del rectangle obtingut. (3 *punts*)

c) La proporció entre l'àrea del rectangle anterior i l'àrea del triangle. (3 *punts*)

Problema 1. Se da el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + ay + 2z &= 3 \\ x - 3y + az &= -2 \\ x + y + 2z &= a \end{cases}$, donde a es un parámetro real.

Obtener razonadamente, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de a para los cuales el sistema es compatible. (4 *puntos*)
b) La solución del sistema cuando $a = 0$. (3 *puntos*)
c) Las soluciones del sistema en el caso en que sea compatible indeterminado. (3 *puntos*)

Problema 2. Se dan los planos $\pi: x + y = 1$ y $\pi': x - y + z = 1$ y el punto $P(1, -1, 0)$.
Obtener razonadamente, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Unas ecuaciones paramétricas de la recta r que pasa por el punto P y es paralela a los planos π y π'. (3 *puntos*)
b) La distancia de la recta r a cada uno de los planos π y π'. (3 *puntos*)
c) La recta que pasa por P y corta perpendicularmente a la recta obtenida como intersección de los planos π y π'. (4 *puntos*)

Problema 3. Dada la función $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$, **obtener razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) El dominio de definición y las asíntotas de la función f. (3 *puntos*)
b) Los intervalos de crecimiento y decrecimiento, así como la representación gráfica de la función. (3 +1 *puntos*)
c) El valor de $\int_2^3 f(x)dx$. (3 *puntos*)

Problema 4. Sea $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$.

Obtener razonadamente, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La justificación de que A tiene inversa y el cálculo de dicha matriz inversa. (3 *puntos*)

b) Dos constantes a, b de modo que $A^{-1} = A^2 + aA + bI$. Se puede usar (sin comprobarlo) que A verifica la ecuación $A^3 - 3A^2 + 3A - I = 0$ siendo I la matriz identidad. (3 *puntos*)

c) El valor de λ para que el sistema de ecuaciones $(A - \lambda I) \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ tenga infinitas soluciones. Para dicho valor de λ hallar todas las soluciones del sistema. (2+2 *puntos*)

Problema 5. Se dan las rectas $r: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + \lambda, \ \lambda \in \boldsymbol{R}, \\ z = 2\lambda \end{cases}$ $s: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{1}$ y el plano $\pi: 3x + ay - z + 1 = 0$.

Obtener razonadamente, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Si hay algún valor del parámetro a para el cual la recta r está contenida en el plano π. (4 *puntos*)

b) La distancia entre las rectas r y s. (3 *puntos*)

c) El coseno del ángulo que forman la recta r y la recta $t: \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - z = 2 \end{cases}$. (3 *puntos*)

Problema 6. Los vértices de un triángulo son $A(0,12)$, $B(-5,0)$ y $C(5,0)$. Se desea construir un rectángulo inscrito en el triángulo anterior, de lados paralelos a los ejes coordenados y dos de cuyos vértices tienen coordenadas $(-x, 0)$, $(x, 0)$, siendo $0 \leq x \leq 5$. Los otros dos vértices están situados en los segmentos AB y AC.

Obtener razonadamente, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La expresión $f(x)$ del área del rectángulo anterior. (4 *puntos*)

b) El valor de x para el cual dicha área es máxima y las dimensiones del rectángulo obtenido. (3 *puntos*)

c) La proporción entre el área del rectángulo anterior y el área del triángulo. (3 *puntos*)