

PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

|                              |      |                            |      |
|------------------------------|------|----------------------------|------|
| CONVOCATÒRIA:                | 2020 | CONVOCATORIA:              | 2020 |
| Assignatura: MATEMÀTIQUES II |      | Asignatura: MATEMÁTICAS II |      |

**BAREM DE L'EXAMEN:**

Cal elegir tres problemes dels sis propostes.

Cada problema puntua fins a 10 punts.

La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.

Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguin gràfiques o programables, i que no puguem realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

**BAREMO DEL EXAMEN:**

Se elegirá tres problemas de los 6 propuestos.

Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.

La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.

Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

**Problema 1.** Donat el sistema d'equacions 
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$$
, on  $a$  és un paràmetre real, **obteniu**

**raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) L'estudi del sistema en funció del paràmetre  $a$ . (5 punts)
- b) Les solucions del sistema quan  $a = -2$ . (3 punts)
- c) La solució del sistema quan  $a = 0$ . (2 punts)

**Problema 2.** Es donen la recta  $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$  i els punts  $P = (1, 0, 0)$ ,  $Q = (2, 1, \alpha)$ .

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) El valor d'  $\alpha$  perquè la recta que passa per  $P$  i  $Q$  siga paral·lela a  $r$ . (3 punts)
- b) L'equació del pla que conté  $P$  i  $Q$  i és paral·lel a  $r$ , quan  $\alpha = 1$ . (3 punts)
- c) La distància del punt  $Q$  al pla que passa per  $P$  i és perpendicular a  $r$ , quan  $\alpha = 1$ . (4 punts)

**Problema 3.** Es dona la funció real  $f$  definida per  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$ .

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) El domini i les asímptotes de la funció  $f$ . (3 punts)
- b) La integral  $\int f(x)dx$ , així com la primitiva de  $f(x)$  la gràfica de la qual passa pel punt  $(2, 0)$ . (3+1 punts)
- c) L'àrea de la regió limitada per la corba  $y = f(x)$  i les rectes  $y = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = 4$ . (3 punts)

**Problema 4.** Es donen les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$ , que depenen del paràmetre real  $b$ .

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) Els valors de  $b$  perquè cada una de les matrius  $AB$  i  $BA$  tinga inversa. (3 punts)
- b) Els valors de  $b$  perquè la matriu  $A^T A$  tinga inversa, sent  $A^T$  la matriu transposada d' $A$ . (3 punts)
- c) La inversa de la matriu  $A^T A$ , quan aquesta inversa existeix. (4 punts)

**Problema 5.** Es donen el pla  $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$  i els punts  $A(1,2,-1)$ ,  $B(2,1,0)$ .

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) L'equació implícita del pla que passa pels punts  $A, B$  i és perpendicular a  $\pi$ . (4 punts)
- b) Les equacions paramètriques de la recta  $r$  que és perpendicular a  $\pi$  i passa per  $A$ . Troba dos plans la intersecció dels quals siga la recta  $r$ . (1+2 punts)
- c) La distància entre el punt  $B$  i la recta  $r$ . (3 punts)

**Problema 6.** En un triangle isòsceles, els dos costats iguals mesuren 10 centímetres cadascun.

**Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

- a) L'expressió de l'àrea  $A(x)$  del triangle, en funció de la longitud  $x$  del tercer costat. (4 punts)
- b) Els intervals de creixement i decreixement de la funció  $A(x)$ ,  $0 \leq x \leq 20$ . (4 punts)
- c) La longitud  $x$  del tercer costat perquè l'àrea del triangle siga màxima i el valor d'aquesta àrea. (2 punts)

**Problema 1.** Dado el sistema de ecuaciones 
$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = 1 \\ ax + y + z = -2 \end{cases}$$
, siendo  $a$  un parámetro real, **obtener**

**razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El estudio del sistema en función del parámetro  $a$ . (5 puntos)
- b) Las soluciones del sistema cuando  $a = -2$ . (3 puntos)
- c) La solución del sistema cuando  $a = 0$ . (2 puntos)

**Problema 2.** Sea la recta  $r: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$  y los puntos  $P = (1, 0, 0)$  y  $Q = (2, 1, \alpha)$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El valor de  $\alpha$  para que la recta que pasa por  $P$  y  $Q$  sea paralela a  $r$ . (3 puntos)
- b) La ecuación del plano que contiene a  $P$  y  $Q$  y es paralelo a  $r$ , cuando  $\alpha = 1$ . (3 puntos)
- c) La distancia del punto  $Q$  al plano que pasa por  $P$  y es perpendicular a  $r$ , cuando  $\alpha = 1$ . (4 puntos)

**Problema 3.** Se da la función real  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2+1}{x^2(x-1)}$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El dominio y las asíntotas de la función  $f$ . (3 puntos)
- b) La integral  $\int f(x)dx$ , así como la primitiva de  $f(x)$  cuya gráfica pasa por el punto  $(2, 0)$ . (3+1 puntos)
- c) El área de la región limitada por la curva  $y = f(x)$  y las rectas  $y = 0, x = 2, x = 4$ . (3 puntos)

**Problema 4.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ b & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ -1 & b & -1 \end{pmatrix}$ , que dependen del parámetro real  $b$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- Los valores de  $b$  para que cada una de las matrices  $AB$  y  $BA$  tenga inversa. (3 puntos)
- Los valores de  $b$  para que la matriz  $A^T A$  tenga inversa, siendo  $A^T$  la matriz traspuesta de  $A$ . (3 puntos)
- La inversa de  $A^T A$ , cuando dicha inversa exista. (4 puntos)

**Problema 5.** Se dan el plano  $\pi: 2x + y - z - 5 = 0$  y los puntos  $A(1,2,-1)$ ,  $B(2,1,0)$ .

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La ecuación implícita del plano que pasa por los puntos  $A, B$  y es perpendicular a  $\pi$ . (4 puntos)
- Las ecuaciones paramétricas de la recta  $r$  que es perpendicular a  $\pi$  y pasa por  $A$ . Encuentra dos planos cuya intersección sea la recta  $r$ . (1+2 puntos)
- La distancia entre el punto  $B$  y la recta  $r$ . (3 puntos)

**Problema 6.** En un triángulo isósceles, los dos lados iguales miden 10 centímetros cada uno.

**Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- La expresión del área  $A(x)$  del triángulo, en función de la longitud  $x$  del tercer lado. (4 puntos)
- Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento la función  $A(x)$ ,  $0 \leq x \leq 20$ . (4 puntos)
- La longitud  $x$  del tercer lado para que el área del triángulo sea máxima y el valor de esta área. (2 puntos)