PROVES D'ACCÉS A LA UNIVERSITAT PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD

CONVOCATÒRIA: JUNY 2019	CONVOCATORIA: JUNIO 2019
Assignatura: MATEMÀTIQUES II	Asignatura: MATEMÁTICAS II

BAREM DE L'EXAMEN:
Cal elegir sols UNA de les dues OPCIONS, A o B, i s'han de fer els tres problemes d'aquesta opció.
Cada problema puntua fins a 10 punts.
La qualificació de l'exercici és la suma de les qualificacions de cada problema dividida entre 3, i aproximada a les centèsimes.
Es permet l'ús de calculadores sempre que no siguen gràfiques o programables, i que no puguen realitzar càlcul simbòlic ni emmagatzemar text o fórmules en memòria. S'use o no la calculadora, els resultats analítics, numèrics i gràfics han d'estar sempre degudament justificats.

BAREMO DEL EXAMEN:
Se elegirá solamente UNA de las dos OPCIONES, A o B, y se han de hacer los tres problemas de esa opción.
Cada problema se puntuará hasta 10 puntos.
La calificación del ejercicio será la suma de las calificaciones de cada problema dividida entre 3 y aproximada a las centésimas.
Se permite el uso de calculadoras siempre que no sean gráficas o programables, y que no puedan realizar cálculo simbólico ni almacenar texto o fórmulas en memoria. Se utilice o no la calculadora, los resultados analíticos, numéricos y gráficos deberán estar siempre debidamente justificados.

OPCIÓ A

Problema A.1. Es donen la matriu $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depèn del paràmetre real a, i una matriu quadrada B d'ordre 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3} I - 2B$, sent I la matriu identitat d'ordre 3.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) El rang de la matriu A en funció del paràmetre real a i el determinant de la matriu $2A^{-1}$ quan $a = 1$. (2 + 2 *punts*)

b) Totes les solucions del sistema d'equacions $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ quan $a = -1$. (3 *punts*)

c) La comprovació que B és invertible, trobant m i n tals que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *punts*)

Problema A.2. Considerem en l'espai les rectes $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ i $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) L'equació del pla que conté les rectes r i s. (3 *punts*)

b) La recta que passa per $P = (0, -1, 2)$ i talla perpendicularment la recta r. (4 *punts*)

c) El valor que han de tenir els paràmetres reals a i b perquè la recta s estiga continguda en el pla $\pi : x - 2y + az = b$. (3 *punts*)

Problema A.3. Es considera la funció $f(x) = xe^{-x^2}$.

Obtingueu **raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) Les asímptotes, els intervals de creixement i de decreixement, així com els màxims i mínims relatius de la funció $f(x)$. (3 *punts*)

b) La representació gràfica de la corba $y = f(x)$. (2 *punts*)

c) El valor del paràmetre real a perquè es puga aplicar el teorema de Rolle en l'interval $[0,1]$ a la funció $g(x) = f(x) + ax$. (1 *punt*)

d) El valor de les integrals indefinides $\int f(x)\, dx$, $\int xe^{-x}\, dx$. (4 *punts*)

OPCIÓN A

Problema A.1. Se dan la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ -2 & a+1 & 2 \\ -3 & a-1 & a \end{pmatrix}$, que depende del parámetro real a, y una matriz cuadrada B de orden 3 tal que $B^2 = \frac{1}{3} I - 2B$, siendo I la matriz identidad de orden 3.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El rango de la matriz A en función del parámetro a y el determinante de la matriz $2A^{-1}$ cuando $a = 1$. (2+2 *puntos*)

b) Todas las soluciones del sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ cuando $a = -1$. (3 *puntos*)

c) La comprobación de que B es invertible, encontrando m y n tales que $B^{-1} = mB + nI$. (3 *puntos*)

Problema A.2. Consideramos en el espacio las rectas $r: \begin{cases} x - y + 3 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{cases}$ y $s: x = y + 1 = \frac{z-2}{2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) La ecuación del plano que contiene las rectas r y s. (3 *puntos*)

b) La recta que pasa por $P = (0, -1, 2)$ y corta perpendicularmente a la recta r. (4 *puntos*)

c) El valor que deben tener los parámetros reales a y b para que la recta s esté contenida en el plano $\pi: x - 2y + az = b$. (3 *puntos*)

Problema A.3. Se considera la función $f(x) = xe^{-x^2}$.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Las asíntotas, los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, así como los máximos y mínimos relativos de la función $f(x)$. (3 *puntos*)

b) La representación gráfica de la curva $y = f(x)$. (2 *puntos*)

c) El valor del parámetro a para que se pueda aplicar el teorema de Rolle en el intervalo $[0,1]$ a la función $g(x) = f(x) + ax$. (1 *punto*)

d) El valor de las integrales indefinidas $\int f(x)\, dx$, $\int xe^{-x}\, dx$. (4 *puntos*)