OPCIÓ B

Problema B.1. Es donen les matrius $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ i $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) Els valors de α per als quals l'equació matricial $AX = \alpha X$ sols admet una solució. (4 *punts*)

b) Totes les solucions de l'equació matricial $AX = 5X$. (3 *punts*)

c) La comprovació que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ és una solució de l'equació matricial $AX = 2X$ i, sense calcular la matriu A^{100}, el valor de β tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *punts*)

Problema B.2. Es donen en l'espai la recta r: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ i el pla $\pi : x + 2y + 3z = 6$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat**:

a) La posició relativa de la recta r i el pla π en funció dels paràmetres reals α i β. (5 *punts*)

b) La distància entre la recta r i el pla π quan $\alpha = 6$ i $\beta = 3$. (3 *punts*)

c) L'equació del pla que passa per $(0, 0, 0)$ i que no talla al pla π. (2 *punts*)

Problema B.3. Un projectil està unit al punt $(0, 2)$ per una corda elàstica i tensa. El projectil recorre la corba $y = 4 - x^2$ d'extrems $(-2,0)$ i $(2,0)$.

Obtingueu **raonadament**, **escrivint tots els passos del raonament utilitzat:**

a) La funció de la variable x que expressa la distància entre un punt qualsevol $(x, 4 - x^2)$ de la corba $y = 4 - x^2$ i el punt $(0, 2)$. (2 *punts*)

b) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a major distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

c) Els punts de la corba $y = 4 - x^2$ a menor distància absoluta del punt $(0,2)$ per a $-2 \leq x \leq 2$. (2 *punts*)

d) L'àrea de la superfície per la que s'ha mogut la corda elàstica, és a dir, l'àrea compresa entre les corbes $y = 4 - x^2$ i $y = 2 - |x|$ quan $-2 \leq x \leq 2$. (4 *punts*)

OPCIÓN B

Problema B.1. Se dan las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) Los valores de α para los que la ecuación matricial $AX = \alpha X$ solo admite una solución. (4 *puntos*)

b) Todas las soluciones de la ecuación matricial $AX = 5X$. (3 *puntos*)

c) Comprobar que $X = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ es una solución de la ecuación matricial $AX = 2X$ y, sin calcular la matriz A^{100}, obtener el valor β tal que $A^{100}\begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \beta \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$. (3 *puntos*)

Problema B.2. Se dan en el espacio la recta r: $\frac{x-\alpha}{-1} = \frac{y}{-4} = \frac{z}{\beta}$ y el plano $\pi : x + 2y + 3z = 6$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado**:

a) La posición relativa de la recta r y el plano π en función de los parámetros reales α y β. (5 *puntos*)

b) La distancia entre la recta r y el plano π cuando $\alpha = 6$ y $\beta = 3$. (3 *puntos*)

c) La ecuación del plano que pasa por $(0,0,0)$ y que no corta al plano π. (2 *puntos*)

Problema B.3. Un proyectil está unido al punto $(0, 2)$ por una cuerda elástica y tensa. El proyectil recorre la curva $y = 4 - x^2$ de extremos $(-2,0)$ y $(2,0)$.

Obtener **razonadamente**, **escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

a) La función de la variable x que expresa la distancia entre un punto cualquiera $(x, 4 - x^2)$ de la curva $y = 4 - x^2$ y el punto $(0, 2)$. (2 *puntos*)

b) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a mayor distancia absoluta del punto $(0,2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

c) Los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ a menor distancia absoluta del punto $(0, 2)$ para $-2 \leq x \leq 2$. (2 *puntos*)

d) El área de la superficie por la que se ha movido la cuerda elástica, es decir, el área comprendida entre las curvas $y = 4 - x^2$ e $y = 2 - |x|$ cuando $-2 \leq x \leq 2$. (4 *puntos*)