

OPCIÓ B

Totes les respostes han de ser degudament raonades.

Problema 1. Una matriu quadrada A es diu que és ortogonal si té inversa i aquesta inversa coincideix amb la seua matriu transposada. Atesa la matriu

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

- a) Calculeu el determinant de A . (2 punts)
- b) Comproveu que A és una matriu ortogonal. (4 punts)
- c) Resoleu el sistema d'equacions $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. (4 punts)

Problema 2. Considerem la funció

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax^2}{x^2 + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calculeu el valor de a perquè la funció $y=f(x)$ siga contínua en tot el seu domini. (2 punts)
- b) Per al valor de a obtingut, calculeu els intervals de creixement i decreixement de la funció. (3 punts)
- c) Per al valor de a obtingut, calculeu les asímptotes horitzontals i verticals, si n'hi ha. (2 punts)
- d) Calculeu $\int_{-2}^1 f(x) dx$. (3 punts)

Problema 3. Un estudiant acudeix a la universitat el 70% de les vegades utilitzant el seu propi vehicle, i el doble de vegades en transport públic que caminant. Arriba tard un 1% de les vegades que acudeix caminant, un 3% de les que ho fa en transport públic i un 6% de les que ho fa amb el seu propi vehicle. Calculeu:

- a) La probabilitat que un dia qualsevol arribe puntualment. (3 punts)
- b) La probabilitat que haja acudit en transport públic, sabent que ha arribat tard. (3 punts)
- c) La probabilitat que no haja acudit caminant, sabent que ha arribat puntualment. (4 punts)

OPCIÓN B

Todas las respuestas han de estar debidamente razonadas.

Problema 1. Una matriz cuadrada A se dice que es ortogonal si tiene inversa y dicha inversa coincide con su matriz traspuesta. Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$$

- a) Calcula el determinante de A . (2 puntos)
- b) Comprueba que A es una matriz ortogonal. (4 puntos)
- c) Resuelve el sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. (4 puntos)

Problema 2. Consideremos la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 3 & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{ax^2}{x^2 + 1} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Calcula el valor de a para que la función $y = f(x)$ sea continua en todo su dominio. (2 puntos)
- b) Para el valor de a obtenido, calcula los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función. (3 puntos)
- c) Para el valor de a obtenido, calcula las asíntotas horizontales y verticales, si existen. (2 puntos)
- d) Calcula $\int_{-2}^1 f(x) dx$. (3 puntos)

Problema 3. Un estudiante acude a la universidad el 70% de las veces usando su propio vehículo, y el doble de veces en transporte público que andando. Llega tarde el 1% de las veces que acude andando, el 3% de las que lo hace en transporte público y el 6% de las que lo hace con su propio vehículo. Se pide:

- a) La probabilidad de que un día cualquiera llegue puntualmente. (3 puntos)
- b) La probabilidad de que haya acudido en transporte público, sabiendo que ha llegado tarde. (3 puntos)
- c) La probabilidad de que no haya acudido andando, sabiendo que ha llegado puntualmente. (4 puntos)