

OPCIÓ B

Problema B.1. Resoldre els següents apartats, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Donades A i B , matrius quadrades del mateix ordre tals que $AB = A$ i $BA = B$, deduir que $A^2 = A$ i $B^2 = B$ (4 punts).

b) Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, es demana trobar els paràmetres a, b perquè la matriu $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ complisca que $B^2 = B$ però $AB \neq A$ i $BA \neq B$ (2 punts).

c) Sabent que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obteniu raonadament el valor dels determinants $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ i $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 punts).

Problema B.2. Donada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ es demana obtenir raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

a) Les equacions paramètriques de la recta r (3 punts).

b) L'equació del pla π que és paral·lel a la recta r i passa pels punts $(5,0,1)$ i $(4,1,0)$ (4 punts).

c) La distància entre la recta r i el pla π obtingut a l'apartat anterior (3 punts).

Problema B.3. Dins d'una cartolina rectangular es desitja fer un dibuix que ocupe un rectangle R de 600 cm^2 d'àrea de manera que:

Per damunt i per sota de R han de quedar uns marges de 3 cm d'altura cadascun. Els marges a esquerra i a dreta de R han de tenir una amplaria de 2 cm cadascun.

Obtenir raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

a) L'àrea de la cartolina en funció de la base x del rectangle R (3 punts).

b) El valor de x per al qual l'àrea de la cartolina és mínima (5 punts).

c) Les dimensions de dita cartolina d'àrea mínima (2 punts).

OPCIÓN B

Problema B.1. Resolver los siguientes apartados, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Dadas A y B , matrices cuadradas del mismo orden tales que $AB = A$ y $BA = B$, deducir que $A^2 = A$ y $B^2 = B$ (4 puntos).

b) Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, se pide encontrar los parámetros a, b para que la matriz $B = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 1 & b \end{bmatrix}$ cumpla que $B^2 = B$ pero $AB \neq A$ y $BA \neq B$ (2 puntos).

c) Sabiendo que $\begin{vmatrix} x & 1 & 0 \\ y & 2 & 1 \\ z & 3 & 2 \end{vmatrix} = 3$, obtener razonadamente el valor de los determinantes $\begin{vmatrix} 2x & 1 & 0 \\ 2y & 2 & 1 \\ 2z & 3 & 2 \end{vmatrix}$ y $\begin{vmatrix} x+1 & 1 & 0 \\ y+3 & 2 & 1 \\ z+5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$ (4 puntos).

Problema B.2. Dada la recta $r: \begin{cases} x + y = 3 \\ x + 4y - z = 8 \end{cases}$ se pide obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) Las ecuaciones paramétricas de la recta r (3 puntos).

b) La ecuación del plano π que es paralelo a r y pasa por los puntos $(5,0,1)$ y $(4,1,0)$ (4 puntos).

c) La distancia entre la recta r y el plano π obtenido en el apartado anterior (3 puntos).

Problema B.3. Dentro de una cartulina rectangular se desea hacer un dibujo que ocupe un rectángulo R de 600 cm^2 de área de manera que:

Por encima y por debajo de R deben quedar unos márgenes de 3 cm de altura cada uno. Los márgenes a izquierda y a derecha de R deben tener una anchura de 2 cm cada uno.

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

a) El área de la cartulina en función de la base x del rectángulo R (3 puntos).

b) El valor de x para el cual el área de la cartulina es mínima (5 puntos).

c) Las dimensiones de dicha cartulina de área mínima (2 puntos).