

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La comprovació que  $C^2 = 2C - I$ , en què  $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  i  $I$  és la matriu identitat d'ordre  $3 \times 3$ ,  
(2,5 punts)  
i el càlcul de la matriu  $C^4$ . (2,5 punts)
- b) El valor del determinant de la matriu  $(3A^4)(4A^2)^{-1}$ , sabent que  $A$  és una matriu quadrada de quatre columnes el determinant de la qual val  $-1$ . (3 punts)
- c) La matriu  $B$  que admet inversa i que verifica la igualtat  $BB = B$ . (2 punts)

**Problema B.2.** Siga  $T$  un tetraedre de vèrtexs  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (3, 0, 0)$  i  $C = (0, 3, 0)$ .

Obteniu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) L'equació del pla  $\pi$  que conté els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$ , (1 punt),  
i les equacions de la recta  $h_o$  perpendicular a  $\pi$  que passa per  $O$ . (2 punts)
- b) El punt d'intersecció de l'altura  $h_o$  i el pla  $\pi$ . (3 punts)
- c) L'àrea de la cara els vèrtexs de la qual són els punts  $A$ ,  $B$  i  $C$ , (2 punts),  
i el volum del tetraedre  $T$ . (2 punts)

**Problema B.3.** Donada la funció  $f$  definida per  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ , per a qualsevol valor real  $x \neq 0$ , es demana que

obtingueu raonadament, escriuint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) Els intervals de creixement i de decreixement de la funció  $f$ , (2 punts)  
i els extrems relatius de la funció  $f$ . (1 punt)
- b) Les asímptotes de la corba  $y = f(x)$ . (3 punts)
- c) L'àrea de la regió plana limitada per la corba  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ ,  $1 \leq x \leq e$ ,  
el segment que uneix els punts  $(1, 0)$  i  $(e, 0)$ , i les rectes  $x = 1$  i  $x = e$ . (4 punts)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La comprobación de que  $C^2 = 2C - I$ , siendo  $C = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I$  la matriz identidad de orden  $3 \times 3$ , (2,5 puntos)  
y el cálculo de la matriz  $C^4$ . (2,5 puntos)
- b) El valor del determinante de la matriz  $(3A^4)(4A^2)^{-1}$ , sabiendo que  $A$  es una matriz cuadrada de cuatro columnas cuyo determinante vale  $-1$ . (3 puntos)
- c) La matriz  $B$  que admite inversa y que verifica la igualdad  $BB = B$ . (2 puntos)

**Problema B.2.** Sea  $T$  un tetraedro de vértices  $O = (0, 0, 0)$ ,  $A = (1, 1, 1)$ ,  $B = (3, 0, 0)$  y  $C = (0, 3, 0)$ .

Obtener razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) La ecuación del plano  $\pi$  que contiene a los puntos  $A, B$  y  $C$ , (1 punto)  
y las ecuaciones de la recta  $h_o$  perpendicular a  $\pi$  que pasa por  $O$ . (2 puntos)
- b) El punto de intersección de la altura  $h_o$  y el plano  $\pi$ . (3 puntos)
- c) El área de la cara cuyos vértices son los puntos  $A, B$  y  $C$ , (2 puntos)  
y el volumen del tetraedro  $T$ . (2 puntos)

**Problema B.3.** Dada la función  $f$  definida por  $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$ , para cualquier valor real  $x \neq 0$ , se pide obtener

razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:

- a) Los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de la función  $f$ , (2 puntos)  
y los extremos relativos de la función  $f$ . (1 punto)
- b) Las asíntotas de la curva  $y = f(x)$ . (3 puntos)
- c) El área de la región plana limitada por la curva  $y = \frac{x^2 + 1}{x}$ ,  $1 \leq x \leq e$ ,  
el segmento que une los puntos  $(1, 0)$  y  $(e, 0)$ , y las rectas  $x = 1$  y  $x = e$ . (4 puntos)