

## OPCIÓ B

**Problema B.1.** Es donen les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  i  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) El determinant de les matrius  $A \cdot (2(B)^2)$  (1,5 punts)  
i  $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$ . (1,5 punts)
- b) Les matrius  $A^{-1}$  (2 punts)  
i  $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$ . (2 punts)
- c) La solució de l'equació matricial  $A \cdot X + B \cdot X = 3I$ . (3 punts)

**Problema B.2.** Es donen els plans  $\pi: x + y + z = 1$  i  $\sigma: ax + by + z = 0$ , on  $a$  i  $b$  són dos paràmetres reals.

Obteniu raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals el pla  $\sigma$  passa pel punt  $(1, 2, 3)$  i, a més, aquest pla  $\sigma$  és perpendicular al pla  $\pi$ . (3 punts)
- b) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals ocorre que el pla  $\sigma$  passa pel punt  $(0, 1, 1)$  i la distància del punt  $(1, 0, 1)$  al pla  $\sigma$  és 1. (3 punts)
- c) Els valors de  $a$  i  $b$  per als quals la intersecció dels plans  $\pi$  i  $\sigma$  és la recta  $r$  per a la qual el vector  $(3, 2, -5)$  és un vector director d'aquesta recta  $r$ , (3 punts)  
i obteniu les coordenades d'un punt qualsevol de la recta  $r$ . (1 punt)

**Problema B.3.** La diferència de potencial  $x$  entre dos punts d'un circuit elèctric provoca el pas d'un corrent elèctric d'intensitat  $y$ , que està relacionat amb la diferència de potencial  $x$  per l'equació  $y = -x^2 - x + 6$ , sent  $0 \leq x \leq 2$ .

Obtenir raonadament, escrivint tots els passos del raonament utilitzat:

- a) La gràfica de la funció  $f(x) = -x^2 - x + 6$  (3 punts)  
i deduïu, gràficament o analíticament, el valor de la intensitat  $y$  quan la diferència de potencial  $x$  és 0 i el valor de la diferència de potencial  $x$  al qual correspon una intensitat  $y$  igual a 0, sent  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punt)
- b) El valor de la diferència de potencial  $x$  per al qual és màxim el producte  $y \cdot x$  de la intensitat  $y$  per la diferència de potencial  $x$ , quan  $0 \leq x \leq 2$ , (2 punts)  
i obteniu el valor màxim d'aquest producte  $y \cdot x$ , quan  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punt)
- c) L'àrea de la superfície situada en el primer quadrant limitada per la corba  $y = f(x)$ , l'eix d'abscisses i l'eix d'ordenades. (3 punts)

## OPCIÓN B

**Problema B.1.** Se dan las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  e  $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) El determinante de las matrices  $A \cdot (2(B)^2)$  (1,5 puntos)  
y  $A \cdot (2(B)^2) \cdot (3A)^{-1}$ . (1,5 puntos)
- b) Las matrices  $A^{-1}$  (2 puntos)  
y  $((B \cdot A)^{-1} \cdot B)^{-1}$ . (2 puntos)
- c) La solución de la ecuación matricial  $A \cdot X + B \cdot X = 3I$ . (3 puntos)

**Problema B.2.** Se dan los planos  $\pi : x + y + z = 1$  y  $\sigma : ax + by + z = 0$ , donde  $a$  y  $b$  son dos parámetros reales.

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) Los valores de  $a$  y  $b$  para los que el plano  $\sigma$  pasa por el punto  $(1, 2, 3)$  y, además, dicho plano  $\sigma$  es perpendicular al plano  $\pi$ . (3 puntos)
- b) Los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales sucede que el plano  $\sigma$  pasa por el punto  $(0, 1, 1)$  y la distancia del punto  $(1, 0, 1)$  al plano  $\sigma$  es 1. (3 puntos)
- c) Los valores de  $a$  y  $b$  para los que la intersección de los planos  $\pi$  y  $\sigma$  es la recta  $r$  para la que el vector  $(3, 2, -5)$  es un vector director de dicha recta  $r$ , y obtener las coordenadas de un punto cualquiera de la recta  $r$ . (3 puntos)  
(1 punto)

**Problema B.3.** La diferencia de potencial  $x$  entre dos puntos de un circuito eléctrico provoca el paso de una corriente eléctrica de intensidad  $y$ , que está relacionada con la diferencia de potencial  $x$  por la ecuación  $y = -x^2 - x + 6$ , siendo  $0 \leq x \leq 2$ .

Obtener **razonadamente, escribiendo todos los pasos del razonamiento utilizado:**

- a) La gráfica de la función  $f(x) = -x^2 - x + 6$  (3 puntos)  
y deducir, gráfica o analíticamente, el valor de la intensidad  $y$  cuando la diferencia de potencial  $x$  es 0 y el valor de la diferencia de potencial  $x$  al que corresponde una intensidad  $y$  igual a 0, siendo  $0 \leq x \leq 2$ . (1 punto)
- b) El valor de la diferencia de potencial  $x$  para el que es máximo el producto  $y \cdot x$  de la intensidad  $y$  por la diferencia de potencial  $x$ , cuando  $0 \leq x \leq 2$ , y obtener el valor máximo de dicho producto  $y \cdot x$ , cuando  $0 \leq x \leq 2$ . (2 puntos)  
(1 punto)
- c) El área de la superficie situada en el primer cuadrante limitada por la curva  $y = f(x)$ , el eje de abscisas y el eje de ordenadas. (3 puntos)